

Reg. No. : .....

Code No. : 20572 B Sub. Code : SMMA 21

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2021.

Second Semester

Mathematics — Core

ANALYTICAL GEOMETRY OF THREE DIMENSIONS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — ( $10 \times 1 = 10$  marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1.  $x$ -அச்சில் திசைக் கொசைன்கள் \_\_\_\_\_.

(அ)  $(1, 0, 0)$  (ஆ)  $(0, 0, 0)$

(இ)  $(0, 1, 0)$  (ஈ)  $(0, 0, 1)$

The direction cosines of the  $x$ -axis are \_\_\_\_\_.

(a)  $(1, 0, 0)$  (b)  $(0, 0, 0)$

(c)  $(0, 1, 0)$  (d)  $(0, 0, 1)$

2.  $l, m, n$  என்பவை ஒரு நேர்கோட்டின் திசைக்  
கொசைன்கள் எனில்

(அ)  $l^2 + m^2 + n^2 = 1$       (ஆ)  $\frac{l}{m} = \frac{m}{n} = \frac{n}{l}$

(இ)  $lm + mn + nl = 1$       (ஈ)  $l + m + n = 1$

If  $l, m, n$  are the direction cosines of a line, then

(a)  $l^2 + m^2 + n^2 = 1$       (b)  $\frac{l}{m} = \frac{m}{n} = \frac{n}{l}$

(c)  $lm + mn + nl = 1$       (d)  $l + m + n = 1$

3. தளத்தின் சமன்பாட்டின் படி \_\_\_\_\_.

(அ) 4      (ஆ) 3

(இ) 2      (ஈ) 1

Degree of a plane equation is \_\_\_\_\_.

(a) 4      (b) 3

(c) 2      (d) 1

4.  $(a, 0, 0), (0, b, 0), (0, 0, c)$  ஆகிய புள்ளிகள் வழியாக  
செல்லும் தளத்தின் சமன்பாடு \_\_\_\_\_.

(அ)  $ax + by + cz = 0$       (ஆ)  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0$

(இ)  $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 1$       (ஈ)  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

The equation of the plane through  $(a, 0, 0)$ ,  $(0, b, 0)$  and  $(0, 0, c)$  is

(a)  $ax + by + cz = 0$  (b)  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0$

(c)  $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 1$  (d)  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

5.  $y$ -அச்சின் சமன்பாடு \_\_\_\_\_.

(அ)  $y = 0 ; z = 0$  (ஆ)  $y = 0$

(இ)  $x = 0 ; z = 0$  (ஈ)  $x = 0 ; y = 0$

The equation of the  $y$ -axis is

(a)  $y = 0 ; z = 0$  (b)  $y = 0$

(c)  $x = 0 ; z = 0$  (d)  $x = 0 ; y = 0$

6.  $\frac{x - x_1}{l} = \frac{y - y_1}{m} = \frac{z - z_1}{n} = r$  என்ற சமன்பாடு \_\_\_\_\_ஐ குறிக்கும்

(அ) வட்டம் (ஆ) நேர்கோடு

(இ) நீள்வட்டம் (ஈ) அதிபரவளையம்

$\frac{x - x_1}{l} = \frac{y - y_1}{m} = \frac{z - z_1}{n} = r$  is the equation of the \_\_\_\_\_.

(a) circle (b) straight line

(c) ellipse (d) hyperbola

7. கோளத்தின் சமன்பாட்டில்  $yz$ -ன் கெழு \_\_\_\_\_.

(அ) 0 (ஆ) 1

(இ) 2 (ஈ) 3

In the equation of the sphere, the coefficient of  $yz$  is

(a) 0 (b) 1

(c) 2 (d) 3

8.  $x^2 + y^2 + z^2 = 25$  என்ற கோளத்தின் விட்டம் \_\_\_\_\_.

(அ) 10 (ஆ) 25

(இ) 50 (ஈ) 5

The diameter of the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = 25$  is

(a) 10 (b) 25

(c) 50 (d) 5

9. ஒவ்வொரு கோடும் கூம்பினை \_\_\_\_\_ புள்ளிகளில் சந்திக்கும்.

(அ) 1 (ஆ) 2

(இ) 3 (ஈ) 4

Every line meets the cone in \_\_\_\_\_ points.

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) 4

10. ஒரு உருளையின் அச்சம் அதன் பிறப்பாக்கியும் \_\_\_\_\_ ஆக இருக்கும்.

- (அ) செங்குத்து (ஆ) இணை  
(இ) சமம் (ஈ) வெவ்வேறு

The axis of the cylinder is \_\_\_\_\_ to the generator of the cylinder.

- (a) perpendicular (b) parallel  
(c) equal (d) different

PART B — ( $5 \times 5 = 25$  marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ)  $(10, 7, 0)$ ,  $(6, 6, -1)$  மற்றும்  $(6, 9, -4)$  ஆகிய புள்ளிகள் இரு பக்க சம நேர்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.

Show that the points  $(10, 7, 0)$ ,  $(6, 6, -1)$  and  $(6, 9, -4)$  form an isosceles right angled triangle.

Or

(ஆ)  $l_1, m_1, n_1$  மற்றும்  $l_2, m_2, n_2$  என்ற திசைக் கொசைன்களை உடைய இரு கோடுகளுக்கு இடைபட்ட கோணத்தை காண்க.

Find the angle between the lines whose direction cosines are  $l_1, m_1, n_1$  and  $l_2, m_2, n_2$ .

12. (அ)  $(x_1, y_1, z_1)$ ,  $(x_2, y_2, z_2)$  மற்றும்  $(x_3, y_3, z_3)$  என்ற புள்ளிகள் வழியாக செல்லும் தளத்தின் சமன்பாட்டை தருவி.

Derive the equation of the plane passing through the points  $(x_1, y_1, z_1)$ ,  $(x_2, y_2, z_2)$  and  $(x_3, y_3, z_3)$ .

Or

- (ஆ)  $(3, 1, 2)$  மற்றும்  $(3, 4, 4)$  புள்ளிகள் வழியாகவும்  $5x + y + 4z = 0$  என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் செல்லும் தளத்தின் சமன்பாடு காண்க.

Find the equation of the plane passing through the points  $(3, 1, 2)$  and  $(3, 4, 4)$  and perpendicular to the plane  $5x + y + 4z = 0$ .

13. (அ)  $P(3, 9, -1)$  என்ற புள்ளியிலிருந்து  $\frac{x+8}{-8} = \frac{y-31}{1} = \frac{z-13}{5}$  என்ற கோட்டின் செங்குத்து நீளம் காண்க.

Find the perpendicular distance from  $P(3, 9, -1)$  to the line  $\frac{x+8}{-8} = \frac{y-31}{1} = \frac{z-13}{5}$ .

Or

(ஆ)  $ax + by + cz + d = 0 = a_1x + b_1y + c_1z + d_1$  மற்றும்  
 $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0 = a_3x + b_3y + c_3z + d_3$   
, ஆகிய இரு கோடுகள் ஒரு தளத்தில் அமைய வேண்டிய நிபந்தனையைக் காண்க.

Find the condition for the lines  
 $ax + by + cz + d = 0 = a_1x + b_1y + c_1z + d_1$ ,  $a_2x +$   
 $b_2y + c_2z + d_2 = 0 = a_3x + b_3y + c_3z + d_3$  to be  
the coplanar.

14. (அ)  $(6, -1, 2)$  என்ற புள்ளியை மையமாகவும்  
 $2x - y + 2z - 2 = 0$  என்ற தளத்தை தொட்டுச்  
செல்லும் கோளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

Find the equation of the sphere which has its  
centre at the point  $(6, -1, 2)$  and touches the  
plane  $2x - y + 2z - 2 = 0$ .

Or

(ஆ)  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$  என்ற  
கோளத்தை  $2x - y - 2z = 16$  என்ற தளம் தொட்டு  
செல்லும் என காட்டுக.

Show that the plane  $2x - y - 2z = 16$  touches  
the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$ .

15. (அ) புள்ளி  $O$ , அச்சக்கோடு  $OZ$  மற்றும் அரை உச்சிக்கோணம்  $\alpha$ -ஐ உடைய நேர்வட்ட கூம்பின் சமன்பாடு  $x^2 + y^2 = z^2 \tan^2 \alpha$  எனக் காட்டுக.

Show that the equation of a right circular cone whose vertex is  $O$ , axis  $OZ$  and semi vertical angle  $\alpha$  is  $x^2 + y^2 = z^2 \tan^2 \alpha$ .

Or

- (ஆ)  $\frac{x}{32} = \frac{y}{72} = \frac{z}{27}$  என்ற கோட்டினை உள்ளடக்கிய

$9x^2 - 4y^2 + 16z^2 = 0$  என்ற கூம்பின் தொடுகோடு தளத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

Find the equation of the tangent planes to the cone  $9x^2 - 4y^2 + 16z^2 = 0$  which contain

the line  $\frac{x}{32} = \frac{y}{72} = \frac{z}{27}$ .

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ)  $l + m + n = 0$  ;  $2lm + 2lm - mn = 0$  என்ற இரு சமன்பாடுகளும் ஒரு கோட்டின் திசை - கொசைன்களுக்கு உட்படுமாயின் அவைகளுக்கிடையேயான கோணத்தை கண்டுபிடி.

If the direction cosines of the two lines satisfy the equations  $l + m + n = 0$  ;  $2lm + 2lm - mn = 0$  ; then find the angle between the lines.

Or



(ஆ) ஒரு கனசதுரத்தின் நான்கு மூலைவிட்டங்களிலும் ஒரு கோடு  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  என்ற கோணத்தை உருவாக்குகிறது எனில்

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma + \cos^2 \delta = \frac{4}{3}.$$

A line make angles  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  with the four diagonals of a cube then prove that

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma + \cos^2 \delta = \frac{4}{3}.$$

17. (அ)  $(-1, 3, 2)$  என்ற புள்ளி வழியாக செல்லும்,  $x + 2y + 2z = 5$  மற்றும்  $3x + 3y + 2z = 8$  என்ற தளங்களுக்கு செங்குத்தானதுமான தளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

Find the equation of the plane which passes through the point  $(-1, 3, 2)$  and perpendicular to the two planes  $x + 2y + 2z = 5$  and  $3x + 3y + 2z = 8$ .

Or

- (ஆ)  $2x - y + 4z = 7$  மற்றும்  $x + 2y - 3z + 8 = 0$  என்ற தளங்களை வெட்டுவதும்  $(1, -2, 3)$  என்ற புள்ளி வழியாக செல்லும் தளத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

Find the equation of the plane through the point  $(1, -2, 3)$  and the intersection of the planes  $2x - y + 4z = 7$  and  $x + 2y - 3z + 8 = 0$ .

18. (அ)  $\frac{x+1}{-3} = \frac{y+10}{8} = \frac{z-1}{2}$  ;  $\frac{x+3}{-4} = \frac{y+1}{7} = \frac{z-4}{1}$

என்ற கோடுகள் ஒரே தளத்தில் அமையும் என நிறுவுக. மேலும் அவை வெட்டும் புள்ளியையும் அவை செல்லும் தளத்தின் சமன்பாட்டினையும் காண்க.

Prove that the lines  $\frac{x+1}{-3} = \frac{y+10}{8} = \frac{z-1}{2}$  and

$\frac{x+3}{-4} = \frac{y+1}{7} = \frac{z-4}{1}$  are coplanar. Find also

their point of intersection and the plane through them.

Or

(ஆ)  $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+2}{1}$  மற்றும்

$\frac{x-1}{1} = \frac{y+7}{3} = \frac{z+2}{2}$  என்ற கோடுகளுக்கு

இடைபட்ட தூரம் மற்றும் சமன்பாட்டை கண்டுபிடி.

Find the shortest distance and equation of the shortest distance between the lines

$\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+2}{1}$  and  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+7}{3} = \frac{z+2}{2}$ .

19. (அ) மாறா ஆரம்  $k$ -ஐ கொண்ட கோளம் மையப்புள்ளி வழியாகச் செல்லும் மற்றும் அச்சக் கோடுகளை  $A, B, C$ -ல் சந்திக்கும் எனில் முக்கோணம்  $ABC$ ,  $9(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2$  என்ற கோளத்தின் மையப்பகுதியில் அமையும் என நிறுவுக.

A sphere of constant radius  $k$  passes through the origin and meets the axes in  $A, B, C$ . Prove that the centroid of the triangle  $ABC$  lies on the sphere  $9(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2$ .

Or

- (ஆ)  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y = 0$ ,  $x + 2y + 3z = 8$  என்ற வட்டத்தின் வழியாகவும்  $4x + 3y = 25$  என்ற தளத்தை தொடும் கோளத்தின் சமன்பாட்டை காண்க.

Find the equation of the sphere which passes through the circle  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y = 0$ ,  $x + 2y + 3z = 8$  and touches the plane  $4x + 3y = 25$ .

20. (அ)  $(a, 0, 0)$ ,  $(0, a, 0)$ ,  $(0, 0, a)$  ஆகிய புள்ளிகள் வழியாக செல்லும் வட்டம் உதவி வளைகோடாக கொண்ட செவ்வட்ட உருளையின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

Find the equation of the right circular cylinder described on the circle through the points  $(a, 0, 0)$ ,  $(0, a, 0)$ ,  $(0, 0, a)$  as a guiding curve.

Or

(ஆ)  $lx + my + nz = 0$  என்ற தளம்  
 $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$  என்ற  
நாற்காலி கூம்பை (quadric cone)  
தொடுவதற்கான நிபந்தனையை கண்டுபிடி.

Find the condition for the plane  
 $lx + my + nz = 0$  to touch the quadric cone  
 $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$ .

---